

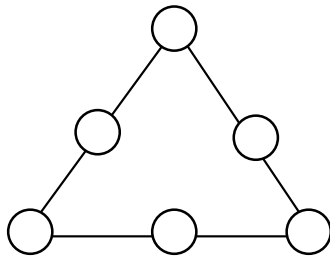
**САММАТ-2022**  
**Решение задач 6 класса**

**Задача №1.** Разность между двузначным числом и произведением его цифр равна утроенному произведению суммы его цифр. Найдите это число.

Решение: Если  $\overline{ab}$  — двузначное число, то, по условию имеем  $\overline{ab} - ab = 3(a + b)$ , или  $10a + b - ab = 3(a + b)$ . Тогда получим  $a(7 - b) = 2b$  или  $a = \frac{2b}{7 - b}$ .

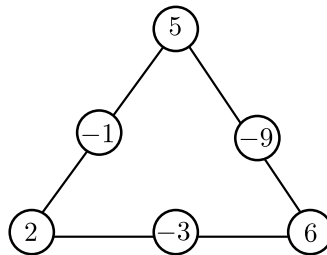
Так как  $1 \leq a \leq 9$ ,  $0 \leq b \leq 9$ , то  $b = 5$ , тогда  $a = 5$ . Получаем число 55.

Ответ: 55.



**Задача №2.** Можно ли расставить в вершинах и на серединах сторон треугольника шесть различных целых чисел так, чтобы каждое число, стоящее в вершине, было равно сумме чисел в двух других вершинах и числа, стоящего на середине противоположной стороны. Приведите хотя бы один пример.

Решение: Да, можно. Например, так.



Проверка:

$$5 = 2 - 3 + 6; \quad 6 = 2 - 1 + 5; \quad 2 = 5 - 9 + 6.$$

**Задача №3.** Восстановите поврежденную запись

$$\begin{array}{r} \times \quad 26 \\ \quad * * \\ \hline + \quad 5 * \\ \quad * * \\ \hline 8 * * \end{array}$$

В ответ запишите результат произведения.

$$\begin{array}{r} \times \quad 26 \\ \quad 32 \\ \hline \text{Ответ: } + \quad 52 \\ \quad 78 \\ \hline 832 \end{array}$$

**Задача №4.** Площадь пересечения квадрата и круга составляет 36% площади их объединения, при этом площадь вне квадрата составляет 20% площади их объединения. Сколько процентов площади квадрата находится вне круга?

Решение: Обозначим через  $x$  — площадь объединения квадрата и круга. Тогда, в соответствии с условием задачи, площадь пересечения квадрата и круга равна  $0,36x$ ; площадь круга вне квадрата —  $0,2x$ ; площадь квадрата вне круга  $x - 0,56x = 0,44x$ ; вся площадь квадрата равна  $0,44x + 0,36x = 0,8x$ .

Отсюда следует, что процентное отношение площади квадрата, лежащей вне круга, ко всей площади квадрата равно  $\frac{0,44x}{0,8x} \cdot 100\% = 55\%$ .

Ответ: 55%.

**Задача №5.** Найти наименьшее натуральное число, которое при делении на 5 дает в остатке 3, при делении на 6 — в остатке 4, а при делении на 7 — в остатке 5.

Решение: Пусть  $x$  — это число:  $x = 5b_1 + 3$ ,  $x = 6b_2 + 4$ ,  $x = 7b_3 + 5$ , где  $b_1, b_2, b_3$  — натуральные числа. Тогда  $(x+2) = 5(b_1+1)$ ,  $(x+2) = 6(b_2+1)$ ,  $(x+2) = 7(b_3+1)$ , откуда следует, что  $x+2$  равно наименьшему кратному чисел 5, 6, 7, т.е.  $x+2 = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210 \Rightarrow x = 208$ .

Ответ: 208.

**Задача №6.** Сколько лет брату, если в прошлом году брат был старше сестры в 4 раза, а в будущем году сестра будет младше брата в три раза?

Решение: Пусть  $x$  — лет сестре в прошлом году,  $4x$  — лет брату в прошлом году. Тогда  $x+2$  — лет сестре будет в будущем году,  $4x+2$  — лет брату будет в будущем году.

Составим и решим уравнение:

$$4x + 2 = 3(x + 2), \quad 4x + 2 = 3x + 6, \quad x = 4.$$

То есть сестре сейчас 5 лет, а брату  $4 \cdot 4 + 1 = 17$  лет.

Ответ: 17.

**Задача №7.** Часы пробили полночь. Какой угол между часовой и минутной стрелкой будет через 2022 минуты?

Решение:  $2022 \text{ мин.} = 33 \text{ ч. } 42 \text{ мин.} = 24 \text{ ч.} + 9 \text{ ч.} + 42 \text{ мин.} = 24 \text{ ч.} + 9 \text{ ч.} + \frac{7}{10} \text{ ч.} = 24 \text{ ч.} + \frac{97}{10}$

$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$  — угол, который проходит часовая стрелка за час.

$\frac{97}{10} \cdot 30^\circ = 97 \cdot 3 = 291^\circ$  — угол через 9 ч. 42 мин.

$\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$  — угол между стрелками через 1 минуту.

$42 \cdot 6^\circ = 252^\circ$  — угол между часовой и минутной стрелкой через 42 мин.

Искомый угол  $\alpha = 291^\circ - 252^\circ = 39^\circ$ .

Ответ:  $39^\circ$ .

**Задача №8.** Задано двузначное число. Разность между этим числом и двузначным числом, которое получено перестановкой местами чисел десятков и единиц исходного числа, равна 18. Найти разность между максимальным и минимальным значениями таких заданных двузначных чисел.

Решение:  $10x + y$  — заданное число.  $10y + x$  — число, полученное перестановкой чисел десятков и единиц.

$$(10x + y) - (10y + x) = 18 \Rightarrow 9x - 9y = 18 \Rightarrow x - y = 2 \Rightarrow x = 2 + y$$

$$\begin{matrix} 1 \leq y \leq 9 \\ 1 \leq x \leq 9 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3 \\ x = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4 \\ x = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5 \\ x = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6 \\ x = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7 \\ x = 9 \end{cases}$$

Двузначные числа 31, 42, 53, 64, 75, 86, 97. Разность  $97 - 31 = 66$ .

Ответ: 66.

**Задача №9.** Алиса и Базилио продали за 3 дня 20 порций мороженого. Сегодня Алиса продала столько порций, сколько Базилио вчера и сегодня, но зато позавчера он продал на две порции больше, чем Алиса вчера и позавчера. Сколько порций мороженого продал каждый?

Решение: Пусть Алиса продала позавчера, вчера, сегодня —  $a_1, b_1, c_1$  порций мороженого; Базилио продал —  $a_2, b_2, c_2$  порций мороженого.

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 + c_1 + a_2 + b_2 + c_2 &= 20 \\ c_1 &= b_2 + c_2 \\ b_1 + a_1 &= a_2 - 2 \\ a_1 + b_1 + c_1 &= a_2 + b_2 + c_2 - 2 \\ a_1 + b_1 + c_1 + a_1 + b_1 + 2 + c_1 &= 20 \\ 2(a_1 + b_1 + c_1) &= 18 \\ a_1 + b_1 + c_1 &= 9 \\ a_2 + b_2 + c_2 &= 11. \end{aligned}$$

Ответ: 9 и 11.

**Задача №10.** Каким минимальным количеством плиток квадратного сечения можно замостить площадь в форме прямоугольника со сторонами 462 и 510 метров?

Решение: Для решения необходимо найти наибольший общий делитель чисел 462 и 510:  $462 = 6 \cdot 7 \cdot 11$ ;  $510 = 6 \cdot 5 \cdot 17$ . Наибольший общий делитель — 6. Поэтому плитка имеет размеры  $6 \times 6$ . Тогда в одном ряду имеем 77 плиток, а рядов 85. Поэтому количество плиток  $77 \times 85 = 6545$ .

Ответ: 6545.