

САММАТ-2026
1 марта 2026 г.
Решение задач 7 класса

Задача №1. При удаленной работе менеджер получает 2400 д.е. за каждый отработанный день, а за нерабочий день с него взыскивается 600 д.е. Через 30 дней выяснилось, что он ничего не заработал. Сколько дней работал менеджер в течение этих 30 дней?

Решение. Пусть x — количество отработанных дней, y — количество нерабочих дней, тогда:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2400x - 600y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 30 \\ 4x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 6$$

Ответ: 6.

Задача №2. Решить уравнение в натуральных числах:

$$y + 27^x = 19683 \left(27^{x-3} + \frac{1}{729x} \right).$$

Решение. $19683 = 27^3$, $729 = 27^2$

$$y + 27^x = 27^3 \left(27^{x-3} + \frac{1}{27^2 x} \right) \Rightarrow y + 27^x = 27^x + \frac{27}{x} \Rightarrow xy = 27$$

Натуральные пары чисел (x, y) : (1; 27), (27; 1), (3; 9), (9; 3).

Ответ: (1; 27), (27; 1), (3; 9), (9; 3).

Задача №3. Суммарное количество изготавливаемых по плану деталей двумя рабочими возрастет втрое, если первый рабочий будет работать по плану, а второй будет изготавливать в четыре раза больше плана. Во сколько раз надо увеличить плановый показатель первого рабочего, оставляя неизменным план второго рабочего, чтобы суммарное количество деталей, производимых двумя рабочими, увеличилось в четыре раза.

Решение. Пусть x и y — плановое количество изготовления деталей первого и второго рабочего. Тогда

$$\begin{cases} 3(x + y) = x + 4y \\ kx + y = 4(x + y) \end{cases} \Rightarrow 3x \left(1 + \frac{y}{x} \right) = x \left(1 + 4\frac{y}{x} \right) \Rightarrow \frac{y}{x} = 2$$
$$k + \frac{y}{x} = 4 \left(1 + \frac{y}{x} \right) \Rightarrow k = 10.$$

Ответ: 10.

Задача №4. Буратино взял баночку белой краски и израсходовав 10% добавил в банку столько же синей краски. Затем, израсходовав 20% получившейся голубой краски, вновь добавил синюю краску до полной банки. После этого Буратино израсходовал еще 25% баночки и добавил синюю. Затем он разлил 55% краски и подсчитал, что у него в оставшейся части белой краски на 72 миллилитра больше, чем синей. Найти в литрах первоначальный объем баночки с белой краской.

Решение. Пусть x мл белой краски в баночке. Первый раз израсходовав 10%, осталось $0,9x$ белой краски, второй раз израсходовав 20%, осталось $0,8 \cdot 0,9x = 0,72x$, в третий раз осталось $0,75 \cdot 0,72x = 0,54x$. После того, как он разлил, осталось $0,45 \cdot 0,54x = 0,243x$.

После третьего перемешивания краски белой краски осталось $0,54x$, то есть, Чебурашка добавил $0,46x$ синей краски, которой после того, как он разлил 55%, осталось $0,45 \cdot 0,46x = 0,207x$.

По условию задачи $0,243x - 0,207x = 72$, значит $x = 2000$ мл = 2 литра.

Ответ: 2 л.

Задача №5. Города A и B расположены на реке. Путь из A в B катер преодолевает за 4 часа, а обратная дорога занимает 6 часов. Сколько времени потребуется плоту на путь из города A в город B ?

Решение. Пусть S (км) — расстояние от A до B ; x (км/ч) — скорость катера; v (км/ч) — скорость течения реки. Тогда

$$\begin{cases} \frac{s}{x+v} = 4 \\ \frac{S}{x-v} = 6 \end{cases} \Rightarrow 4(x+v) = 6(x-v) \Rightarrow 2x = 10v \Rightarrow x = 5v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S}{6v} = 4 \Rightarrow S = 24v \Rightarrow t = \frac{S}{v} = 24$$

Ответ: 24 часа.

Задача №6. Может ли трехзначное число, не кратное 10, быть в три раза больше числа, записанного из его цифр в обратном порядке? Ответ обоснуйте.

Решение. Пусть исходное число $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ и верно сформулированное утверждение. Тогда

$$100a + 10b + c = 300c + 30b + 3a, \quad 97a = 20b + 299c.$$

Отсюда следует, что $a \geq \frac{299}{97}c = 3\frac{8}{97}c$. Тогда возможны только два случая $c = 1$ или $c = 2$.

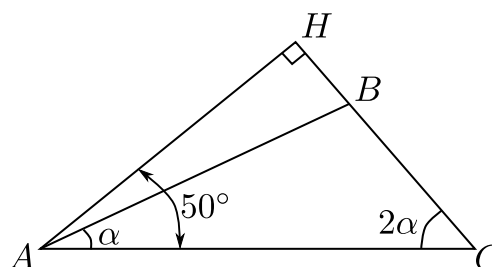
Если $c = 1$, то $97a = 20b + 299$ и число $97a$ оканчивается на 9 и, значит, $a = 7$ и $b = 19$. Получаем противоречие.

Если $c = 2$, то $97a = 20b + 598$ и число $97a$ оканчивается на 8 и, значит, $a = 4$ и $b = 10,5$. Получаем противоречие.

Ответ: нет.

Задача №7. В треугольнике $\triangle ABC$ проведена высота из вершины A . Известно, что $\angle BCA = 2\angle BAC$, $\angle HAC = 50^\circ$ (H — основание перпендикуляра). Определить углы $\triangle ABC$, если известно, что угол ABC — тупой.

Решение.



$$\begin{aligned}\angle HAB &= 50^\circ - \alpha, \\ \angle HBA &= 90^\circ - (50^\circ - \alpha) = 40^\circ + \alpha, \\ \angle ABC &= 180^\circ - (40^\circ + \alpha) = 140^\circ - \alpha.\end{aligned}$$

Сумма углов треугольника равна 180° :

$$\alpha + 2\alpha + (140^\circ - \alpha) = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 40^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ. \text{ И так, } \angle BAC = 20^\circ, \angle BCA = 40^\circ, \angle ABC = 180^\circ - 20^\circ - 40^\circ = 120^\circ.$$

Ответ: $20^\circ, 40^\circ, 120^\circ$.

Задача №8. Известно, что $x + y + z = 12$, $\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} = 5$. Найти

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z}.$$

Решение.

$$\frac{x}{y+z} + 1 + \frac{y}{x+z} + 1 + \frac{z}{x+y} + 1 = 5 + 3 = 8 \Rightarrow$$

$$(x+y+z) \underbrace{\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z} \right)}_u = 8 \Rightarrow 12 \cdot u = 8 \Rightarrow u = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z} = \frac{2}{3}$.

Задача №9. Произведение двух натуральных чисел равно 10000. Найдите сумму данных чисел, если известно, что каждое из них не делится нацело на 10.

Решение. $10000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Каждое из чисел в своем разложении на простые множители может содержать только 2 и 5, при этом множители 2 и 5 не могут присутствовать одновременно в разложении каждого числа (по условию числа не делятся на 10).

Тогда первое число: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, второе: $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$. $16 + 625 = 641$.

Ответ: 641.

Задача №10. Лодка плывет против течения реки. Собственная скорость лодки 30 км/час, скорость течения реки 3 км/час. В 14 часов лодка встретила плот, продолжила движение и в 14 часов 40 минут развернулась обратно. Какое время будут показывать часы, когда лодка догонит плот?

Решение.

1 вариант: пусть u — скорость реки, v — скорость лодки. $S_1 = (v - u)t_1$ ($t_1 = \frac{2}{3}$ часа), $S_2 = ut_1$, $S_3 = ut$. $S_1 + S_2 + S_3 = (u + v)t \Rightarrow (v - u)t_1 + ut_1 + ut = (u + v)t \Rightarrow vt_1 + ut = (v + u)t \Rightarrow vt_1 = vt \Rightarrow t = t_1$. 14 часов 40 минут + 40 минут = 15 часов 20 минут.

2 вариант (логическое рассуждение): лодка уплывала от плота со скоростью v и возвращалась обратно с этой же скоростью v по отношению к плоту. Таким образом, путешествие по течению заняло те же 40 минут, что и против течения.

Ответ: 15 часов 20 минут.