



▷ 1. Число  $\overline{abcba}$  состоит из попарно не совпадающих, отличных от нуля цифр  $a, b, c$  и делится на 231. Сколько существует таких чисел?

▷ 2. Найти точку минимума и наименьшее значение функции

$$f(x) = \frac{x^8 - x^6 - 13x^2 + 10}{(x^2 + 1)^2}.$$

▷ 3. В треугольнике  $\triangle ABC$  на сторонах  $AB$  и  $AC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  соответственно так, что  $AD : DB = 2 : 1$  и  $AE : EC = 3 : 1$ . Пусть отрезки  $BE$  и  $CD$  пересекаются в точке  $F$ . Найти площадь треугольника  $\triangle ABC$ , если площадь четырехугольника  $ADFE$  равна  $S_{ADFE} = 7$ .

▷ 4. Доказать, что число

$$(2020 \cdot 2021)^2 + (2020 \cdot 2021 \cdot (2020 \cdot 2021 + 1))^2 + (2020 \cdot 2021 + 1)^2$$

является квадратом некоторого натурального числа. Решение получить алгебраически, не привлекая вычислительных средств (калькулятора).

▷ 5. Решить уравнение  $5 + \sqrt{35 - 2\sqrt{45 - 2x}} = x$ .

▷ 6. На дне вертикального цилиндрического сосуда с радиусом основания  $R$  лежит шар радиуса  $r$ . В сосуд налита жидкость так, что ее поверхность является касательной к поверхности шара. Этот шар заменили другим — большего радиуса. Жидкость при этом не выливалась из сосуда и не доливалась в него. Оказалось, что новый шар лежит на дне цилиндра, а поверхность жидкости опять является касательной к поверхности шара. При каких значениях соотношения  $\frac{R}{r}$  можно наблюдать такое явление при замене шара другим шаром большего радиуса?

▷ 7. Укажите, при каких значениях параметра  $a$  уравнение имеет решение:

$$2 \cos^2(2^{4x-x^2-4}) = 5a - \sqrt{3} \sin(2^{4x-x^2-3}).$$

▷ 8. Имеются чашечные весы и гирька массой 1 грамм. За какое минимальное количество взвешиваний можно на этих весах взвесить 2021 грамм сахара-песка? После каждого взвешивания новая порция сахара отсыпается в отдельную емкость? Приведите последовательность взвешиваний.

▷ 9. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} |\sin x| + 1 = \operatorname{tg} y, \\ |\sin y| + 1 = \operatorname{tg} x. \end{cases}$$

▷ 10. На плоскости заданы точки  $A(2, 4)$ ,  $B(4, 2)$  и прямая  $y = kx$  ( $k > 0$ ). Точка  $M$  принадлежит прямой  $y = kx$ . Найти треугольник  $\triangle ABM$  с минимальным значением его периметра и вычислить значение периметра.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!**



▷ 1. Число  $\overline{abcba}$  состоит из попарно не совпадающих, отличных от нуля цифр  $a, b, c$  и делится на 231. Сколько существует таких чисел?

▷ 2. Найти точку минимума и наименьшее значение функции

$$f(x) = \frac{x^8 - x^6 - 13x^2 + 10}{(x^2 + 1)^2}.$$

▷ 3. В треугольнике  $\triangle ABC$  на сторонах  $AB$  и  $AC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  соответственно так, что  $AD : DB = 2 : 1$  и  $AE : EC = 3 : 1$ . Пусть отрезки  $BE$  и  $CD$  пересекаются в точке  $F$ . Найти площадь треугольника  $\triangle ABC$ , если площадь четырехугольника  $ADFE$  равна  $S_{ADFE} = 7$ .

▷ 4. Доказать, что число

$$(2020 \cdot 2021)^2 + (2020 \cdot 2021 \cdot (2020 \cdot 2021 + 1))^2 + (2020 \cdot 2021 + 1)^2$$

является квадратом некоторого натурального числа. Решение получить алгебраически, не привлекая вычислительных средств (калькулятора).

▷ 5. Решить уравнение  $5 + \sqrt{35 - 2\sqrt{45 - 2x}} = x$ .

▷ 6. На дне вертикального цилиндрического сосуда с радиусом основания  $R$  лежит шар радиуса  $r$ . В сосуд налита жидкость так, что ее поверхность является касательной к поверхности шара. Этот шар заменили другим — большего радиуса. Жидкость при этом не выливалась из сосуда и не доливалась в него. Оказалось, что новый шар лежит на дне цилиндра, а поверхность жидкости опять является касательной к поверхности шара. При каких значениях соотношения  $\frac{R}{r}$  можно наблюдать такое явление при замене шара другим шаром большего радиуса?

▷ 7. Укажите, при каких значениях параметра  $a$  уравнение имеет решение:

$$2 \cos^2(2^{4x-x^2-4}) = 5a - \sqrt{3} \sin(2^{4x-x^2-3}).$$

▷ 8. Имеются чашечные весы и гирька массой 1 грамм. За какое минимальное количество взвешиваний можно на этих весах взвесить 2021 грамм сахара-песка? После каждого взвешивания новая порция сахара отсыпается в отдельную емкость? Приведите последовательность взвешиваний.

▷ 9. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} |\sin x| + 1 = \operatorname{tg} y, \\ |\sin y| + 1 = \operatorname{tg} x. \end{cases}$$

▷ 10. На плоскости заданы точки  $A(2, 4)$ ,  $B(4, 2)$  и прямая  $y = kx$  ( $k > 0$ ). Точка  $M$  принадлежит прямой  $y = kx$ . Найти треугольник  $\triangle ABM$  с минимальным значением его периметра и вычислить значение периметра.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!**