

Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N1

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = \left( (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \right)^2 - 2x_1^2 x_2^2 =$$

$$= \left( \frac{1}{y^2} + y^2 \right)^2 - \frac{y^4}{2} = (y^{-2} + y^2)^2 - \frac{y^4}{2} \quad \text{по сути не меняется}$$

Докажем, что  $(y^{-2} + y^2)^2 - \frac{y^4}{2} \geq 2 + \sqrt{2}$

$$(y^{-2} + y^2)^2 - \frac{y^4}{2} = y^{-4} + 2 + y^4 - \frac{y^4}{2}$$

$$y^{-4} + 2 + y^4 - \frac{y^4}{2} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$y^{-4} + 2 - 2 + y^4 - \frac{y^4}{2} \geq \sqrt{2}$$

$$y^{-4} - \sqrt{2} + \frac{y^4}{2} \geq 0$$

$$\left( y^{-2} - \frac{y^2}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left( y^{-2} - \frac{y^2 \sqrt{2}}{2} \right)^2 \geq 0$$

действительно, квадрат любого числа

больше или равен нулю  $\Rightarrow x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$

Ч.П.Д

И.В. [подпись]

N2

$$\frac{a_1 + a_2 \dots a_8 + a_9}{a_3 + a_6 + a_9} < 3$$



Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\frac{a_1 + a_2 \dots a_8 + a_9}{3a_3 + 3a_6 + 3a_9} < 1$$

$$a_1 + a_2 + a_3 < 3a_3, \text{ т.к. } a_3 > a_2 > a_1,$$

$$a_4 + a_5 + a_6 < 3a_6, \text{ т.к. } a_6 > a_5 > a_4,$$

$$a_7 + a_8 + a_9 < 3a_9, \text{ т.к. } a_9 > a_8 > a_7,$$

↓

сумма в числителе меньше суммы в знаменателе

$$a_1 + a_2 \dots a_8 + a_9 < 3(a_3 + a_6 + a_9)$$

↓

$$\frac{a_1 + a_2 \dots a_8 + a_9}{3(a_3 + a_6 + a_9)} < 1$$

↓

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 \dots + a_9}{a_3 + a_6 + a_9} < 3$$

У П Д

106



Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№3

Рассм. два случая:

$$1) x + a + 3 \geq 0$$

$$2) x + a + 3 < 0$$

В обоих случаях  $x - a - 3 \geq 0$ , т. к.

$$x \geq -a - 3$$

$$x < -a - 3$$

$$\Downarrow ?$$
  

$$x + (-a - 3)$$

$$\Downarrow ?$$
  

$$x + (-a - 3)$$

Во всех случаях мы имеем сумму  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  оба выраж.  $\geq 0$

$$\begin{aligned} x^2 - x - a - 3 &= \\ &= x - a - 3 - (a + 3)^2 \\ x^2 - 2x &= -(a + 3)^2 \\ x^2 - 2x + (a + 3)^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + a + 3 &= x - a - 3 - \\ &- (a + 3)^2 \\ x^2 + 2a + 6 + (a + 3)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Уравнение имеет единственный корень

при  $D = 0$

$$4 - 4(a + 3)^2 = 0$$

$$4 = 4(a + 3)^2$$

$$(a + 3)^2 = 1$$

$$a = -2 ; a = -4$$

$$\begin{aligned} 0 - 4(2a + 6 + (a + 3)^2) &= \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$2a + 6 + (a + 3)^2 = 0$$

$$2(a + 3) + (a + 3)^2 =$$

$$\begin{aligned} &= (a + 3)(a + 5) = 0 \\ a &= -3 \quad a = -5 \end{aligned}$$



Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Ответ: при  $x+a+3 \geq 0$   $a = -2; -4$ ;

при  $x+a+3 < 0$   $a = -3; -5$

(58) Половина ответа правильная! 1/4

Если мы с закрытыми глазами начнём вытаскивать из коробки шарики, то уже на 12 раз мы вытянем как минимум один белый шарик  $\Rightarrow$  остальные 11 - чёрные. П.к. мы рассматриваем худший случай можно понять, что чтобы вытянуть хоть один белый надо вытянуть все чёрные. Мы вытянули 11 чёрных, то есть все чёрные шарики  $\Rightarrow$  белых шариков  $30-11=19$ . Проверим так ли это. Чтобы вытянуть один чёрный, надо вытянуть один все белые, т.е. в сумме мы вытянем  $19+1=20$  шариков. Так и есть  $\Rightarrow$  белых шариков действительно 19 шт.

Ответ: 19 штук. 100



Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Дано:

$ABCD$  - квадрат

$AB = 2$  см

$ABFE \sim CDEF$

Построить:

$CDEF$

№6

Решение:

$$S_{ABFE} = AB \cdot AE = S_{CDEF} \cdot x^2$$

$x$  - коэф. подобия.

$$S_{CDEF} = CF \cdot FE = CF \cdot 2$$

$$2AE = 2CF \cdot x^2$$

$$AE = CF + 2$$

$$2(CF + 2) = 2CF \cdot x^2$$

$$x^2 = \frac{2CF}{2CF+4} = 1 + \frac{CF}{2} \quad \frac{2CF+4}{2CF} = 1 + \frac{2}{CF}$$

$$x = \sqrt{1 + \frac{CF}{2}}$$

$$CF \cdot x = 2 \Rightarrow CF^2 \cdot x^2 = 4$$

$$\left(1 + \frac{CF}{2}\right) CF^2 = 4$$

$$CF^2 + 2CF = 4$$

$$CF^2 + 2CF - 4 = 0$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$CF = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$\sqrt{20} > 2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CF = \frac{\sqrt{20}}{2} - 1 = \sqrt{5} - 1$$

55

MO

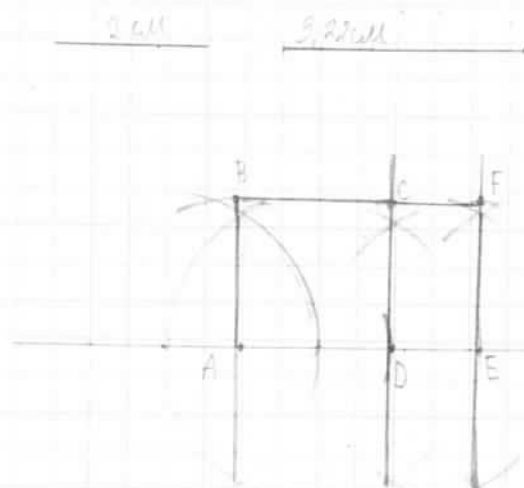


Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{5} - 1 \approx 2,22 - 1 = 1,22 \text{ см} \Rightarrow AE = BF = 1,22 + 2 = 3,22 \text{ см}$$

Построение:

Построим перпендикуляр  $\perp$  к прямой, на его сторонах отмерим нужные длины сторон, построим ещё два перпенд. и отмерим нужные длины, соединим, получим фигуру



№ 8

$$2^{17^{12}} = 32^{12^{17}}$$

$$32^{12^{17}} > 17^{2^{12}} \Rightarrow 2^{10^{12}} > 17^{2^{12}}$$

Ответ:  $2^{10^{12}} > 17^{2^{12}}$



Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№9

$$\frac{ab+1}{b} = \frac{bc+1}{c} = \frac{ca+1}{a}$$

$$a = \frac{bc+1}{c(ca+1)} = \frac{bc+1}{c} - \frac{1}{b} = \frac{b(bc+1)-c}{bc}$$

$$\frac{bc+1}{c(ca+1)} = \frac{b(bc+1)-c}{bc}$$

$$b(bc+1) = (ca+1)(b(bc+1)-c)$$

$$b^2c + b = (ca+1)(b^2c + b - c) = ab^2c^2 + abc - ac^2 - c + b^2c + b - c$$

$$ab^2c^2 + abc - ac^2 - c = 0$$

$$c(ab^2c + ab - ac - 1) = 0$$

$$c = 0 \Rightarrow abc = 0$$

ответ:  $abc = 0$

№10

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1, x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_3 + x_4 = -\frac{b^3}{a^3} \Rightarrow (x_1 + x_2)^3 = (x_1 + x_2) \cdot$$

$$(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) = -\frac{b}{a} \left( \frac{b^2}{a^2} - 3\frac{c}{a} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{a^2} - 3\frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow 3\frac{c}{a} = 0 \Rightarrow$$

след. стп.



Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\Rightarrow c = 0 \Rightarrow x_1 \text{ или } x_2 = 0 \Rightarrow x_3 \text{ или } x_4 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \text{пусть } x_3 = 0 \Rightarrow 0 + x_4 = -\frac{b^3}{a^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_4 = -\frac{b^3}{a^3}$$

↓

корн. ур. :  $= 0; -\frac{b^3}{a^3} \Rightarrow$  корни есть

Ответ: уравнение  $a^3x^2 + b^3x + c^3$  имеет  
корни. +

Обоснование не полное!

