

SAMMAT 2021 / 2022 (заключительный тур) 06 марта 2022г.
Место проведения: Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного
Знамени ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и
информатики» (СКФ МТУСИ)

Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~2

Решение:

$$1) \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_9}{a_1 + a_6 + a_9} = \frac{a_3 + a_6 + a_9}{a_3 + a_6 + a_9} + \frac{a_1 + a_2 + a_4 + a_5 + a_7 + a_8}{a_3 + a_6 + a_9}$$

$$= 1 + \frac{a_1 + a_2 + a_4 + a_5 + a_7 + a_8}{a_3 + a_6 + a_9} < 3;$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_4 + a_5 + a_7 + a_8}{a_3 + a_6 + a_9} < 2$$

$$2) a_1 < a_3 \text{ и } a_2 < a_3; a_4 < a_6 \text{ и } a_5 < a_6; a_7 < a_9 \text{ и } a_8 < a_9$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 < 2 \cdot a_3; a_4 + a_5 < 2 \cdot a_6; a_7 + a_8 < 2 \cdot a_9$$

Теперь делаем так из последнего неравенства в 1-ом действии:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_4 + a_5 + a_7 + a_8}{2 \cdot (a_3 + a_6 + a_9)} < \frac{2}{2}$$

Получаем: $\frac{a_1 + a_2 + a_4 + a_5 + a_7 + a_8}{2a_3 + 2a_6 + 2a_9}$ и из 2-ого

действия следует, что $(a_1 + a_2) + (a_4 + a_5) + (a_7 + a_8) < 2a_3 + 2a_6 + 2a_9$ получается неравенство.

$$\frac{a_1 + a_2 + a_4 + a_5 + a_7 + a_8}{2(a_3 + a_6 + a_9)} < 1 \text{ верно} \Rightarrow \text{и}$$

похожее неравенство тоже верно. 705

SAMMAT 2021 / 2022 (заключительный тур) 06 марта 2022г.
Место проведения: Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного
Знамени ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и
информатики» (СКФ МТУСИ)

Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~4

Решение:

1) Так как среди 12 шаров есть минимум 1 белый, то из всех 30 шаров у нас не белых - $12 - 1 = 11$ ш. $\Rightarrow 30 - 11 = 19$ белых шаров. 10б

~57

Решение:

$$15a^2 + 4a + 9 \equiv 13a^2 + 2a^2 + 4a + 9 \pmod{13}$$

\swarrow \swarrow \swarrow \swarrow
 ост. 0 ост. $2 \cdot 7^2$ ост. $4 \cdot 7$ ост. 9

$$\equiv 0 + 2 \cdot 49 + 28 + 9 \equiv 109 \equiv 135 \equiv 5 \pmod{13}$$

Ответ: 5.

~8

Решение:

1) $2^{17^{17}}$ и $17^{2^{17}}$. $2^5 = 32 > 17$

Рассмотрим их степенки.

$2^{17^{17}} = (2^5)^k$, где $k = 17^{17} : 5$

2) Сравним $17^{17} : 5$ и 2^{17}

SAMMAT 2021 / 2022 (заключительный тур) 06 марта 2022г.
Место проведения: Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного
Знамени ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и
информатики» (СКФ МТУСИ)

Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Продолжение решения №8.

$$17^{17} : 5 \quad ? \quad 2^{17} \quad | \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 17^{17} \\ 17^{17} \quad 2^{17.5} \\ \hline 17^{17} \quad (2^4) \end{array}$$

Я переделал решение:

$$17^{2^{17}} = 17^{35072}$$

В то время $2^{13^{12}} > 2^{10^{10}}$ и $2^{10000000000}$

$2^5 > 17$ получаем: $(2^5)^{2000000000} > 17^{35072}$

т.к. $32^{2000000000} > 17^{35072}$

SAMMAT 2021 / 2022 (заключительный тур) 06 марта 2022г.
Место проведения: Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного
Знамени ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и
информатики» (СКФ МТУСИ)

Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~6

105

Решение:

1) Сначала найдем стороны CF и DE в DCFE и т.п. AB FE подобен CDEF, то $\frac{DE}{CF} = \frac{AB}{FE} = \frac{BF}{FE}$ и $AB=2$ $FE=2$, пусть $CF=x$.

$$\text{Получим: } \frac{2}{x} = \frac{2+x}{2}$$

$$x(2+x) = 2 \cdot 2$$

$$2x + x^2 = 4$$

$$x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 4 + 16 = 20$$

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{20}}{2} < 0 \text{ нам не подходит}$$

$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{20}}{2} \quad \sqrt{15} \sqrt{10} > \sqrt{16} \text{ получается } 4 < \sqrt{20} < 5$$

$$\Rightarrow -2 + \sqrt{20} > 0 \text{ и } CF = \sqrt{20} - 2 = \sqrt{5} - 1.$$

2) Чтобы нарисовать такую сторону надо:

SAMMAT 2021 / 2022 (заключительный тур) 06 марта 2022г.

Место проведения: Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного Знамени ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и информатики» (СКФ МТУСИ)

Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Продолжение
нужно:

Продли BC и проведем окружность $r = BC$ в точке C и продли CD, отметим точку E и F.

Надеем перпендикуляр между E и C проведем окружности

И еще раз так сделаем между точками E и G. и получим радиус 0,5

и получается $HD = 4,5$
и $CF = \sqrt{OD \cdot HC} = \sqrt{2 \cdot 2,5} = \sqrt{5}$

Регистрационный №
30454-30454-3214

Страница 05 из 06

САММАТ 2021 / 2022 (заключительный тур) 06 марта 2022г.
Место проведения: Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного
Знамени ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и
информатики» (СКФ МТУСИ)

Уважаемый участник олимпиады! На бланке указан Ваш уникальный номер. Не передавайте рабочие листы другим участникам для выполнения заданий. Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Продолжение №6

Получается

точка I - пересечение
 BF (продолжения) с
 окружностью диаметра
 HD. и \Rightarrow DHI - равнос.
 треугольник и \Rightarrow
 $CI = \sqrt{CD \cdot HC} = \sqrt{1 \cdot 25} = \sqrt{25}$.

У нас есть радиус $r = CG$ и
 проведем окружности с таким радиусом в
 точке I и отрезем от CI фин.
 Получим сторону равную $\sqrt{5} - 1$.

